المحاضرة الثالثة: نموذج Solow

إعداد: د. أمين حواس

يمثل نموذج Solow إسهاما كبيرا في النظرية النيوكلاسكية للنمو الاقتصادي، بالإضافة إلى أنه يعتبر أول شكل رياضي ساعد على الكثير من الأعمال التجريبية في مجال النمو الاقتصادي. و قد صمم نموذج Solow ليظهر كيف أن النمو في مخزون رأس المال، النمو في عنصر العمل و التقدم التكنولوجي تتفاعل في إقتصاد ما و كيف يمكنها التأثير على إجمالي الناتج الوطني من السلع و الخدمات.

لبناء النموذج، نتبع الخطوات التالية:

1- دالة الإنتاج:

يعتمد النموذج على دالة إنتاج من نوع Cobb-Douglas كالاتي:

$$Y = K^{\alpha}\left(AL\right)^{1-\alpha}$$

مدخل إنتاج يتميز بتناقص عوائد الحجم:

$$\frac{dY}{dK} = \alpha K^{\alpha-1}\left(AL\right)^{1-\alpha} \succ 0; \frac{dY}{dL} = \left(1-\alpha\right)K^{\alpha}\left(A\right)^{1-\alpha}\left(L\right)^{-\alpha} \succ 0$$

$$\frac{d^2Y}{dK^2} = \alpha\left(\alpha-1\right)K^{\alpha-2}\left(AL\right)^{1-\alpha} \prec 0; \frac{d^2Y}{dL^2} = \left(-\alpha\right)\left(1-\alpha\right)K^{\alpha}\left(A\right)^{1-\alpha}\left(L\right)^{-\alpha-1} \prec 0$$

بوجود التقدم التكنولوجي، يمكن تحليل الاقتصاد بدلالة نصيب العامل الفعلي بالنسبة للكميات: ليكن لدينا $\widehat{k} = \frac{K}{AL}$ نصيب العامل الفعلي من رأس المال، $\widehat{y} = \frac{Y}{AL}$ نصيب العامل الفعلي من الناتج. وعليه بالتعريف، يمكن كتابة دالة الإنتاج بدلالة نصيب العامل الفعلي في شكل:

$$\widehat{y} = \widehat{k}^{\alpha}$$

وعليه معدل نمو نصيب العامل الفعلي من الناتج هو:

$$g_{\widehat{y}} = \alpha g_{\widehat{k}}$$

لشرح كيف ينمو $\left(Y\right)$ لابد أن نفهم كيف ينمو $\left(K\right)$.

المحاضرة الثالثة: نموذج Solow

إعداد: د. أمين حواس

2- معادلة نمو مخزون رأس المال:

عند أي نقطة زمنية، يعتبر مخزون رأس المال المحدد الرئيسي للناتج في الاقتصاد، إلا أن مخزون رأس المال يتغير عبر الزمن وهذا التغير سيؤدي إلى التغير في معدل نمو الناتج. على وجه خاص، هناك عاملين يؤثران على مخزون رأس المال: الإستثمار I والاهتلاك Depreciation. فالاستثمار هو الإنفاق على الآلات والمعدات الجديدة والتي تؤدي إلى رفع مخزون رأس المال. أما الإهتلاك فهو التآكل الذي يصيب رأس المال المتقادم ويؤدي إلى خفض مخزون رأس المال. فعلى سبيل المثال، إذا تقادم رأس المال في فترة 25 عاما، فإن معدل الإهتلاك هو 4 ٪ سنويا($\delta = 0.04$).أما الكمية التي تهتلك كل عام فهي δK و التي يبدو أنها تتناسب طرديا مع كمية مخزون رأس المال. نعبر عن العلاقة أو تأثير الإستثمار و الإهتلاك (δ)على مخزون رأس المال بدلالة نصيب العامل من خلال المعادلة التالية:

التغير في نصيب العامل الفعلي من مخزون رأس المال= نصيب العامل من الإستثمار – نصيب العامل من الإهتلاك

وبالتالي، تعطى المعادلة الديناميكية كالآتي:

$$\dot{\hat{k}} = s\hat{k}^{\alpha} - (n + \phi + \delta)k$$

حيث (s) هو الميل الحدي للادخار$(1 \le s \le 0)$، (δ) هو معدل اهتلاك رأس المال و (n) هو معدل نمو عنصر العمل. التقدم التكنولوجي فهو أنه يساهم في نمو كفاءة العمل بمعدل ثابت (ϕ).

يُصبح تغير مخزون رأس المال $(\dot{\tilde{k}})$ مساويا نصيب العامل الفعلي من الاستثمار $(s\tilde{y})$ ناقصا مقابل الاستثمار $(n+g+\delta)\tilde{k}$. لأن $(\tilde{k} = k / AL)$ فإن مقابل الاستثمار يتكون من ثلاثة عناصر: مع إبقاء $(\tilde{k})$ ثابتا، يُمثل $(\delta\tilde{k})$ رأس المال المتهالك، $(n\tilde{k})$ حجم رأس المال الواجب توفيره للعمال الجدد و $(g\tilde{k})$ يُعبر عن حجم رأس المال الجديد الواجب توفيره للعمالة الفعلية الجديدة المتأتية من التقدم التكنولوجي.

3- معدلات النمو على المدى القصير: هذه المرحلة تسمى بالمرحلة الانتقالية

يعطى معدل نمو نصيب العامل الفعلي من رأس المال والناتج على المدى القصير كالآتي:

$$g_{\hat{y}} = g_{\hat{k}} = s\hat{k}^{\alpha-1} - (n + \phi + \delta)$$

المحاضرة الثالثة: نموذج Solow

إعداد: د. أمين حواس

4- معدلات النمو على المدى الطويل: هذه المرحلة تسمى بالحالة المستقرة

عند هذه المرحلة:

$$g_{\hat{y}} = g_{\hat{k}} = 0$$

مع ذلك، سينمو نصيب العامل من الناتج ورأس المال بمعدل نمو التقدم التكنولوجي:

$$g_y = g_k = g_A = \phi$$

بدلالة التقدم التكنولوجي، يمكن في نهاية المطاف تفسير الزيادة المستدامة في مستويات المعيشة الملاحظة في العالم. فقد رأينا أن التقدم التكنولوجي يؤدي إلى نمو مستدام في نصيب الفرد من الناتج. على نقيض ذلك يؤدي وجود معدل ادخار مرتفع إلى رفع معدل نمو فقط حتى يصل الاقتصاد إلى الحالة المستقرة. بعد ذلك، يصبح معدل نمو نصيب العامل من الناتج يعتمد فقط على التقدم التكنولوجي. ووفقا لـ Solow، فقط التقدم التكنولوجي يمكنه تفسير النمو المستدام ورفع مستويات المعيشة.

ملخص المحاضرة

1. يظهر نموذج Solow أن معدل النمو الاقتصادي يحدد حجم رأس المال ومستوى الإنتاج على المدى الطويل. كما أن وجود مستويات مرتفعة من الادخار ومعدلات نمو سكاني منخفض يؤدي إلى وجود مستويات مرتفعة من مخزون رأس المال ومستويات مرتفعة من الناتج.
2. في نموذج Solow، الزيادة في معدلات الادخار تسبب نموا مؤقتا (على المدى القصير) في فترة معينة لكن النمو يتباطأ مع بلوغ حالة مستقرة (المدى الطويل). وبالتالي، على الرغم من أن الادخار المرتفع يؤدي إلى مستوى حالة مستقرة عالية من الناتج، لكن الادخار لوحده لا يولد معدلات نمو مستدامة على المدى الطويل.
3. في الحالة المستقرة لنموذج Solow، يتحدد معدل نمو نصيب الفرد من الدخل بمعدل التقدم التكنولوجي المعطى بشكل خارجي.